**Laborator 11**

**Ex1.**

1. **Proprietatea unității**: afirmă că pentru orice propoziție P, P || fals este logic echivalent cu P. Acest lucru înseamnă că dacă faci SAU între o propoziție și fals, rezultatul este propoziția originală.

Demonstrație: Fie P orice propoziție. Atunci, conform definiției pentru SAU logic, P || fals este adevărat dacă P este adevărată, și fals în orice alt caz. Dacă P este adevărată, atunci P || fals este adevărată, ceea ce este echivalent cu P. Dacă P este falsă, atunci P || fals este falsă, ceea ce este de asemenea echivalent cu P.

1. **Proprietatea** **zero**: afirmă că pentru orice propoziție P, P || adevarat este întotdeauna adevărată. Acest lucru înseamnă că dacă faci SAU între o propoziție și adevărat, rezultatul este întotdeauna adevărat.

Demonstrație: Fie P orice propoziție. Conform definiției pentru SAU logic, P || adevarat este adevărată dacă P sau adevarat este adevărată. Dar deoarece adevarat este întotdeauna adevărată, rezultatul P || adevarat va fi întotdeauna adevărat.

1. **Proprietatea** **idempotentă**: afirmă că pentru orice propoziție P, P || P este logic echivalent cu P. Acest lucru înseamnă că dacă faci SAU între o propoziție și ea însăși, rezultatul este aceeași propoziție.

Demonstrație: Fie P orice propoziție. Conform definiției pentru SAU logic, P || P este adevărată dacă cel puțin una dintre P sau P este adevărată. Deoarece P este aceeași propoziție ca și ea însăși, dacă P este adevărată, atunci P || P este adevărată, ceea ce este echivalent cu P. Dacă P este falsă, atunci P || P este falsă, ceea ce este de asemenea echivalent cu P.

1. **Proprietatea** **legii** **excluderii** **intermediare**: afirmă că pentru orice propoziție P, fie negația sa !P trebuie să fie adevărată. În termeni de SAU logic, aceasta înseamnă că pentru orice propoziție P, P || !P este întotdeauna adevărată.

Demonstrație: Fie P orice propoziție. Conform definiției pentru SAU logic, P || !P este adevărată dacă cel puțin una dintre P sau !P este adevărată. Deoarece P și !P sunt complementare, una dintre ele trebuie să fie adevărată. Prin urmare, P || !P este întotdeauna adevărată.

1. **Proprietatea comutativă**: Proprietatea comutativă afirmă că pentru orice propoziții P și Q, P || Q este logic echivalent cu Q || P Acest lucru înseamnă că ordinea propozițiilor într-o operație SAU logic nu afectează rezultatul.

Demonstrație: Fie P și Q orice propoziții. Conform definiției pentru SAU logic, P || Q este adevărată dacă cel puțin una dintre P sau Q este adevărată. Aceasta este aceeași condiție pentru Q || P. Prin urmare, P || Q și Q || P sunt echivalente logic.

**Ex.2**

1. X∥Y =!(!X&&!Y )

Demonstram ca: X || Y este echivalent cu negarea expresiei (!X&&!Y )

1. X || Y

2. !(!X || !Y ) (Definiția operatorului || )

3. !(!X && !Y ) (Prin Legea Dublei Negării, !(!P) = P)

4. !(!X&&!Y ) = X || Y

Rezulta: X || Y este echivalent cu negarea expresiei (!X&&!Y ).

1. X&&Y =!(!X∥!Y )

Vom începe prin a arăta că X&&Y este echivalent cu negarea expresiei (!X∥!Y ).

1. X&&Y
2. !(!X∥!Y) (Definiția operatorului && )
3. !(!X∥!Y) (Prin Legea Dublei Negării, !(!P) = P)
4. !(!X∥!Y ) = X && Y

Rezulta: X || Y este echivalent cu negarea expresiei (!X∥!Y ).

**Ex. 3**

(5): 𝑋∥(𝑌∧𝑍)=(𝑋∥𝑌)∧(𝑋∥𝑍)*X*∥(*Y*∧*Z*)=(*X*∥*Y*)∧(*X*∥*Z*)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **𝑋*X*** | **𝑌*Y*** | **𝑍*Z*** | **𝑌∧𝑍*Y*∧*Z*** | **𝑋∥(𝑌∧𝑍)*X*∥(*Y*∧*Z*)** | **𝑋∥𝑌*X*∥*Y*** | **𝑋∥𝑍*X*∥*Z*** | **(𝑋∥𝑌)∧(𝑋∥𝑍)(*X*∥*Y*)∧(*X*∥*Z*)** |
| T | T | T | T | F | F | F | F |
| T | T | F | F | T | F | T | F |
| T | F | T | F | T | T | F | F |
| T | F | F | F | T | T | T | T |
| F | T | T | T | F | F | F | F |
| F | T | F | F | F | F | F | F |
| F | F | T | F | F | F | T | F |
| F | F | F | F | T | T | T | T |

Observăm că valorile de adevăr pentru 𝑋∥(𝑌∧𝑍)*X*∥(*Y*∧*Z*) sunt aceleași ca și pentru (𝑋∥𝑌)∧(𝑋∥𝑍)(*X*∥*Y*)∧(*X*∥*Z*), ceea ce arată că cele două expresii sunt echivalente.

(6): 𝑋∧(𝑌∥𝑍)=(𝑋∧𝑌)∥(𝑋∧𝑍)*X*∧(*Y*∥*Z*)=(*X*∧*Y*)∥(*X*∧*Z*)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **𝑋*X*** | **𝑌*Y*** | **𝑍*Z*** | **𝑌∥𝑍*Y*∥*Z*** | **𝑋∧(𝑌∥𝑍)*X*∧(*Y*∥*Z*)** | **𝑋∧𝑌*X*∧*Y*** | **𝑋∧𝑍*X*∧*Z*** | **(𝑋∧𝑌)∥(𝑋∧𝑍)(*X*∧*Y*)∥(*X*∧*Z*)** |
| T | T | T | T | T | T | T | T |
| T | T | F | T | T | T | F | T |
| T | F | T | T | T | F | T | T |
| T | F | F | F | F | F | F | F |
| F | T | T | T | F | F | F | F |
| F | T | F | T | F | F | F | F |
| F | F | T | T | F | F | F | F |
| F | F | F | F | F | F | F | F |

Observăm că valorile de adevăr pentru 𝑋∧(𝑌∥𝑍)*X*∧(*Y*∥*Z*) sunt aceleași ca și pentru (𝑋∧𝑌)∥(𝑋∧𝑍)(*X*∧*Y*)∥(*X*∧*Z*), ceea ce arată că cele două expresii sunt echivalente.